

## M1 OACOS -- Dynamique de l'Atmosphère

### TD N°2: Ajustement Géostrophique

Dans tout le TD on se place en plan  $f$  (effets de  $\beta$  négligés), et on utilise les coordonnées pression.

#### I Préliminaire : vent agéostrophique

On définit le vent agéostrophique par :  $\vec{v}_a = \vec{v} - \vec{v}_g$ . L'équation du mouvement horizontal s'écrit alors :

$$\frac{d_g \vec{v}_g}{dt} = -f_0 \hat{k} \wedge \vec{v}_a \quad \text{avec} \quad \vec{v}_g = \frac{1}{f_0} \hat{k} \wedge \overrightarrow{\text{grad}}_p \phi$$

Montrer que le vent agéostrophique peut s'écrire comme une somme de deux termes :

$$\vec{v}_a = \frac{1}{f_0} \hat{k} \wedge (\vec{v}_g \cdot \nabla) \vec{v}_g - \frac{1}{f_0^2} \overrightarrow{\text{grad}}_p (\partial_t \phi) \quad (1)$$

Comment s'exprime le premier terme dans le repère de Freinet ?

#### II Vent isallobarique, dépression thermique

On considère une colonne d'air de base circulaire comprise entre la surface et la tropopause. À l'instant initial, l'atmosphère est au repos, sans gradients horizontaux. La colonne subit alors à partir de cet instant un chauffage diabatique ( $\dot{q} > 0$ ) qui va augmenter la température dans la colonne par rapport à l'extérieur ( $\partial_t T > 0$ ).

1. Exprimer le géopotential  $\phi(p)$  en fonction de la pression en surface  $p_s$  et de la température moyenne entre  $p$  et  $p_s$ . En déduire que  $\phi$  augmente dans la colonne par rapport à l'extérieur ( $\partial_t \phi > 0$ , on négligera pour l'instant les variations de  $p_s$ ).
2. On cherche maintenant à déterminer la circulation en réponse aux évolutions de  $T$  et  $\phi$ . En utilisant l'équation (1), tracer l'aspect du vent agéostrophique à juste après l'instant initial (on a donc toujours  $\vec{v}_g = \vec{0}$ ). Quelle sera l'impact de  $\vec{v}_a$  sur le vent géostrophique en réponse ( $d\vec{v}_g/dt$ ) ?
3. Quel est le signe de la divergence horizontale du vent agéostrophique dans la colonne ? Toujours avec  $\vec{v}_g = \vec{0}$ , montrer que

$$\text{div} \vec{v}_a = -\frac{1}{f_0^2} \Delta (\partial_t \phi)$$

4. On suppose la vitesse verticale  $\omega$  nulle à la tropopause. En intégrant verticalement l'équation de continuité jusqu'à un niveau  $p$ , déterminer le signe de la vitesse verticale dans la colonne. Quel sera l'effet de  $\omega$  sur la température moyenne ? Sur les anomalies de  $\phi$  par rapport à l'extérieur ?
5. En intégrant l'équation de continuité jusqu'à la surface, montrer que la pression à la surface va diminuer.

### III Difffluence d'un jet.

On considère un écoulement stationnaire : un jet zonal, de largeur  $L_y=1000$  km, centré à  $45^\circ\text{N}$  ( $y=0$ ) et à une pression de 250 hPa. À la sortie du jet, la vitesse zonale du vent décroît de  $60 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  à  $30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  sur une distance  $L_x=1500$  km. On s'intéresse à cette zone de difffluence.

1. En utilisant la non-divergence du vent géostrophique, estimer  $v_g$  à  $y = \pm L_y/2$  de part et d'autre du jet (on prend  $v_g=0$  en  $y=0$ ). Représenter l'aspect des courbes isohypses ( $\phi=\text{cste}$ ) et du vent géostrophique.
2. Calculer le vent agéostrophique  $\vec{v}_a$  en  $y=0$  au milieu de la zone de difffluence.
3. Représenter la direction du vent total  $\vec{v}$  par rapport aux isohypses. Quel est l'impact sur  $\vec{v}_g$  ? Interpréter en termes de travail des forces.
4. En utilisant l'équation de continuité, estimer la vitesse verticale  $\omega$  à 500 hPa en  $y = \pm L_y/2$  (on suppose  $\omega=0$  à 250 hPa, et  $v_a=0$  en  $\pm L_y/2$  et constant sur la verticale).
5. Quel sera l'effet de  $\omega$  sur la température dans la troposphère ? En déduire son effet sur le géopotential à 250 hPa.

Dans ces deux exemples, la circulation agéostrophique influence à la fois  $\vec{v}_g$  (par  $\vec{v}_a$ ) et la température  $T$  (par la vitesse verticale  $\omega$ ). Dans quel sens modifie-t-elle l'équilibre du vent thermique ?